

Pedagoška fakulteta Maribor
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika in...
Fizika

Pisni del izpita pri predmetu OSNOVE ANALIZE
13.6.2005

1. Grafično in računsko reši neenačbo $f(x) \geq g(x)$, kjer sta f in g realni funkciji podani s predpisoma:

$$f(x) = \left| |x| - 4 \right| \quad \text{in} \quad g(x) = 2 - \left| \frac{1}{2}|x| - 1 \right|.$$

2. Izračunaj limiti:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x} \qquad \text{b) } \lim_{x \downarrow 0} x^{\frac{2}{1+\ln x}}.$$

3. Funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je podana s predpisom:

$$f(x) = \ln \left(\frac{1}{1-x^2} \right).$$

- a) Upoštevaj pomen prvih dveh odvodov in skiciraj graf funkcije f .
b) Izračunaj dolžino krivulje $y = f(x)$ za $|x| \leq \frac{1}{2}$.

4. Ugotovi, ali konvergirata vrsti:

$$\text{a) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n - \sqrt{n}} \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + n + 1}{n!}.$$

Če katera od vrst konvergira, izračunaj tudi njeno vsoto.

Naloge so enakovredne.
Čas reševanja je 120 minut.

Pedagoška fakulteta Maribor
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika in...
Fizika

Pisni del izpita pri predmetu OSNOVE ANALIZE
27.6.2005

1. Določi naravno definicijsko območje funkcije podane s predpisom:

$$f(x) = \arccos \frac{x}{2x^2 - 1}.$$

2. Funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je podana s predpisom:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{2-x} & ; x < 0 \\ e^{-x} & ; x \geq 0 \end{cases}$$

a) Skiciraj graf funkcije f .

b) V lik $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 ; 0 \leq y \leq f(x)\}$ včrtaj pravokotnik z osnovnico na abscisni osi tako, da bo njegova ploščina največja.

3. Izračunaj integrala:

a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{3 \sin^2 x + 1} dx$

b) $\int \frac{\sqrt{2x+1}}{x^2} dx$.

4. Dokaži, da vrsta $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{n^2 - n}$ konvergira in izračunaj njeno vsoto.

Naloge so enakovredne.
Čas reševanja je 120 minut.

Pedagoška fakulteta Maribor
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika in...
Fizika

Pisni del izpita pri predmetu OSNOVE ANALIZE
29.8.2005

1. Izračunaj limiti:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 4^n}{2^n + 4^{n+2}}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{1 + \frac{2}{n}} - 1 \right)$.

2. Upoštevaj pomen prvih dveh odvodov in čim natančneje skiciraj graf funkcije:

$$f(x) = \arcsin \left(\frac{3}{2} - \sin x \right).$$

3. Izračunaj integrala:

a) $\int \frac{2^x}{\sqrt{1-4^x}} dx$

b) $\int \frac{x \sin x}{\cos^3 x} dx$.

4. Razvij funkcijo

$$f(x) = \frac{3x + 7}{x + 3}$$

v Taylorjevo vrsto okoli točke 0. Pri tem si lahko pomagaš z znanimi vrstami.

Naloge so enakovredne.
Čas reševanja je 120 minut.

Pedagoška fakulteta Maribor
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika in...
Fizika

Pisni del izpita pri predmetu OSNOVE ANALIZE
12.9.2005

1. Dani sta zaporedji

$$a_n = \frac{2^n + (-3)^n}{3^n - 2^n} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) \quad \text{in} \quad b_n = \frac{n^2}{n!}.$$

- a) Določi vsa stekališča zaporedja (a_n) .
b) Dokaži, da je zaporedje (b_n) konvergentno in izračunaj njegovo limito.

2. Dana je točka $T(a, 0)$, $a > 0$. Točki A in B ležita na paraboli $y^2 = 2x$ in imata enaki abscisi, ki sta manjši od a . Določi točki A in B tako, da bo ploščina trikotnika TAB največja.

3. Izračunaj integrala:

$$\text{a) } \int \frac{\cos x}{(2 + \sin x)^3} dx \qquad \text{b) } \int \frac{dx}{e^x + e^{2x}}.$$

4. Določi območje konvergence potenčne vrste $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{2^n} (x+1)^n$ in izračunaj njeno vsoto.

Naloge so enakovredne.
Čas reševanja je 120 minut.