

Pedagoška fakulteta Maribor
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika in...
Fizika

1. kolokvij pri predmetu OSNOVE ANALIZE
10.12.2005

1. Poišči vse realne rešitve enačbe:

$$4|1-x| + |2x-1| = 3-2x.$$

2. S pomočjo matematične indukcije dokaži, da za vsako naravno število n velja:

$$2 \cdot 1 - 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 - \dots + (-1)^{n+1}(n+1)n = \frac{1 + (-1)^{n+1}(2n^2 + 4n + 1)}{4}.$$

3. Določi naravni definicijski območji naslednjih funkcij:

a) $f(x) = \log_{(2-x-x^2)} \frac{x+1}{3-x}$

b) $f(x) = \sqrt{\operatorname{tg} x} + \sqrt{-x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 16x}.$

4. Dani sta funkciji:

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & ; x < -1 \\ 0 & ; -1 \leq x \leq 1 \\ \ln x & ; x > 1 \end{cases} \quad \text{in} \quad g(x) = \begin{cases} -e^{-x} & ; x \geq 0 \\ x^2 - 1 & ; x < 0. \end{cases}$$

Skiciraj grafa funkcij f in g ter določi kompozituma $f \circ g$ in $g \circ f$.

Naloge so enakovredne.
Čas reševanja je 120 minut.

Pedagoška fakulteta Maribor
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika in...
Fizika

2. kolokvij pri predmetu OSNOVE ANALIZE
13.2.2006

1. V kompleksni ravnini skiciraj vsa kompleksna števila z , ki zadoščajo pogoju:

$$|4 \operatorname{Re}(z + 1) - \bar{z} + 2i \operatorname{Im}(z) - 4| = |z + 4|.$$

2. Izračunaj limiti:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x+5} - \sqrt{x+3}}{x+2} \qquad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{x}{x^2-1}}.$$

3. Funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je podana s predpisom:

$$f(x) = \begin{cases} 4 - a \cos^2 x & ; \quad x \leq -\pi \\ a - b \sin\left(\frac{x}{2}\right) \cos x & ; \quad -\pi < x < \pi \\ b \cos x - 3 & ; \quad x \geq \pi \end{cases}.$$

Določi realni števili a in b tako, da bo funkcija f zvezna.

4. Funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je podana s predpisom:

$$f(x) = x(\sin(\ln x) - \cos(\ln x)).$$

Poišči vse točke, v katerih je tangenta na graf funkcije f pravokotna na premico $2y = x$.

5. Funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je podana s predpisom:

$$f(x) = \sqrt{\sin(x^2)}.$$

Izračunaj levi in desni odvod funkcije f v točki $x = 0$ ter ugotovi, ali je f v tej točki odvedljiva.

Naloge so enakovredne.
Čas reševanja je 120 minut.

Pedagoška fakulteta Maribor
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika in...
Fizika

3. kolokvij pri predmetu OSNOVE ANALIZE

26.4.2006

1. S pomočjo L'Hospitalovega pravila izračunaj limiti:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{x} - \frac{1}{\sin x} \right) \qquad \text{b) } \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{a}{x} \right)^{\frac{a}{a-x}}, \quad a > 0.$$

2. Upoštevaj pomen prvih dveh odvodov in čim natančneje skiciraj graf funkcije:

$$f(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x^2+1}}.$$

3. Določi točki $A(a, 0)$, $a > 0$ in $B(0, b)$, $b > 0$ tako, da bo točka $(2, \frac{3}{2})$ ležala na daljici AB in bo ploščina trikotnika OAB najmanjša. Pri tem O označuje koordinatno izhodišče.

4. Izračunaj integrala:

$$\text{a) } \int x \sin \left(\frac{x}{2} \right) dx \qquad \text{b) } \int \frac{dx}{x(1 + \ln^2 x)}.$$

Naloge so enakovredne.
Čas reševanja je 120 minut.

Pedagoška fakulteta Maribor
Oddelek za matematiko in računalništvo
Matematika in...
Fizika

4. kolokvij pri predmetu OSNOVE ANALIZE

20.6.2006

1. Izračunaj dolžino krivulje $y = \ln(x^2 - 1)$ za $x \in [2, 3]$.

2. Dani sta zaporedji:

$$a_n = \frac{2n^2 + n(-1)^n}{n^2 + 2n - 1} \quad \text{in} \quad b_n = \left(2 - \frac{n}{n+1}\right)^n \cos(n\pi).$$

Za vsako od podanih zaporedij ugotovi, ali je konvergentno. Če je, izračunaj njegovo limito, sicer določi vsa njegova stekališča.

3. Ugotovi, ali konvergirata vrsti:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+1)^n}{n^{n+1}} \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n + 2^{n+1}}{n!}.$$

Če katera od vrst konvergira, izračunaj tudi njeno vsoto.

4. Funkcijo $f(x) = \ln(3+x)$ razvij v Taylorjevo vrsto okoli točke 0 in s pomočjo dobljenega rezultata izračunaj vsoto vrste:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n 3^n}.$$

Naloge so enakovredne.
Čas reševanja je 120 minut.