

Matematična indukcija.

S pomočjo matematične indukcije dokaži, da za vsako naravno število n velja:

$$1.) \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \cdots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}.$$

$$2.) \sum_{k=1}^n (9 + 4k) = 2n^2 + 11n.$$

$$3.) \cos(n\pi) = (-1)^n.$$

$$4.) 5|(7^n + 2^{n+2}).$$

$$5.) 9|(4^n + 15n - 1).$$

$$6.) 4|(5^{2^n} - 1).$$

$$7.) 2^n > n.$$

$$8.) \sqrt{n(2n+1)} > n+1, \forall n \geq 2.$$

$$9.) \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}} > 2(\sqrt{n+1} - 1).$$

$$10.) \text{ a) } 1 + x + x^2 + \cdots + x^n = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}, x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}.$$

$$\text{ b) } 1 + 11 + 111 + 1111 + \cdots + \underbrace{11\dots1}_n = \frac{1}{81}(10^{n+1} - 9n - 10).$$